

Nome completo legível

Número RA

Resolução e pontuação	_____
-----------------------	-------

(1) Resolva cada item, apresentando apenas as respostas finais. O primeiro item está resolvido como exemplo.

Ex.: Calcule a derivada parcial de $x^2y - 3x^y$ com respeito a y .

$$x^2 - 3x^y \ln x$$

(a) Calcule $\frac{\partial}{\partial s}(r^2s^2 \cos(rs))$. (1pto)

$$2r^2s \cos(rs) - r^3s^2 \sin(rs)$$

(b) Calcule $\int_0^L \int_0^{Ms} 36s \, dr \, ds$. (1pto)

$$12ML^3$$

(c) Dê a definição por limite da derivada direcional da função V no ponto E na direção do vetor unitário N . (1pto)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} (V(E + hN) - V(E))$$

(d) Determine a equação da reta tangente a $\gamma(t) = (5 - t, t^2/3)$ em $(2, 3)$. (1pto)

$$(x, y) = (2, 3) + \lambda(-1, 2) \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

N.B.: b) $\int_0^L [36sr]_{r=0}^{r=Ms} ds = \int_0^L 36Ms^2 ds = [12Ms^3]_{s=0}^{s=L}$

d) $\gamma(t) = (5 - t, t^2/3) = (2, 3) \Rightarrow t = 3$
 $\gamma'(t) = (-1, 2t/3) \Rightarrow \gamma'(3) = (-1, 2)$

(2) Sabe-se que $f(x, y, z)$ é diferenciável e $\nabla f(x, y, z) = (2x - z, -\ln y, 3z + \pi)$. Sendo $H(t) = f(\ln t, e^{2t}, t^4)$, calcule $H'(1)$. (2pts)

Com γ dada por $x = \ln t$, $y = e^{2t}$, $z = t^4$ diferenciável, vem:

$$\star \gamma(1) = (0, e^2, 1) \Rightarrow \nabla f(0, e^2, 1) = (-1, -2, 3 + \pi) \quad (1 \text{pto}) \text{ (substituir)}$$

$$\star \gamma'(t) = (1/t, 2e^{2t}, 4t^3) \Rightarrow \gamma'(1) = (1, 2e^2, 4) \quad \text{cálculo e cálculo}$$

$$\therefore H'(1) = \langle (-1, -2, 3 + \pi) | (1, 2e^2, 4) \rangle = -1 - 4e^2 + (3 + \pi) \cdot 4 = 11 - 4e^2 + 4\pi \quad (1 \text{pto}) \text{ (cadeia)}$$

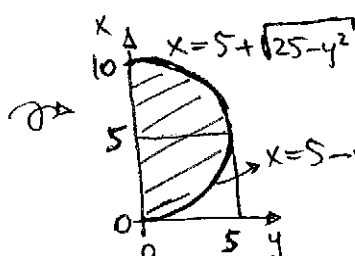
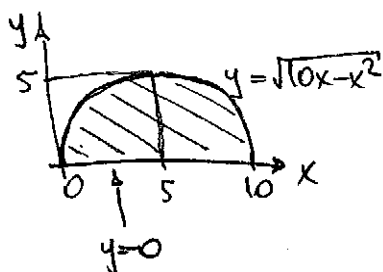
(3) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ para $f(x, y) = (7y^3 + 4x^2y)^{1/3}$ usando limite. (2pts)

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h, 0) - f(0,0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(7 \cdot 0 + 4h^2 \cdot 0)^{1/3} - 0}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h} = 0. \quad (1 \text{pto}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0, 0+h) - f(0,0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(7 \cdot h^3 + 4 \cdot 0 \cdot h)^{1/3} - 0}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \sqrt[3]{7} \cdot \frac{h}{h} = \sqrt[3]{7}. \quad (1 \text{pto}) \end{aligned}$$

(4) Mude a ordem de integração de $\int_0^{10} \int_0^{\sqrt{10x-x^2}} f(x, y) dy dx$. (2pts)

De $y = \sqrt{10x-x^2}$ vem $x^2 - 10x + y^2 = 0$ (note que é $(x-5)^2 + y^2 = 25$, arco de círculo de raio 5 e centro $(5,0)$), então $x = 5 \pm \sqrt{25-y^2}$.
(1pto) (limites)



$$\Rightarrow \int_0^5 \int_{5-\sqrt{25-y^2}}^{5+\sqrt{25-y^2}} f(x,y) dx dy$$

(1pto) (procedimento e resposta)