Bases Matemáticas – BIS 0003
2º quad. 2019 – Noturno – Santo André
Prof. Vinicius Cifú Lopes

Prova Substitutiva – 30/08/2019

Nome	**RA**
Resolução e pontuação	——

Instruções:

- Esta prova tem duração de 1h 30min.
- Não se esqueça de escrever seus dados acima; use caneta azul ou preta.
- Somente vire esta folha e inicie a prova quando autorizado.
- Não remova ou substitua o grampo das folhas.
- Use caneta azul ou preta para responder as questões. Não use lápis.
- Não rasure e não use borracha, corretivo ou "branquinho". Se errar, risque e escreva a versão nova em sequência.
- Nada fora dos quadros de resposta ou em folha avulsa será considerado na correção. Cada quadro deve conter todo o trabalho pedido referente a sua questão.
- Quando solicitado, indique apenas a resposta final dentro do quadro. Caso contrário, apresente raciocínio e dedução completos.
- Utilize somente os métodos requeridos nos enunciados e vistos em aula.
- Quando solicitado, realize a demonstração abstratamente e em geral, sem recurso a exemplos numéricos ou hipóteses adicionais.
- Apresente letra legível e redação organizada.
- Para rascunho, use somente os versos das folhas deste caderno ou solicite folhas avulsas e devolva-as ao final da prova. Não utilize outro material.
- Não use tinta vermelha.
- Não é permitido consultar materiais, dispositivos ou pessoas.
- Nenhuma pergunta será respondida durante a prova.
- Sobre a mesa, tenha somente caneta azul ou preta e documento original e com foto. Arrume seus pertences sob a cadeira e fechados na bolsa.
- **Não cole, nem permita cópia!** Proteja seu trabalho.
- Esta prova contém **3** (três) folhas, incluindo esta, e **5** (cinco) questões. Verifique se este caderno está completo ao iniciar a prova.

Boa Prova!

(1) Prove que $\sum_{i=1}^{n} i.(i!) = (n+1)! - 1$. (2pts) para $n \geqslant 1$.

Por indução:

Base: $n = 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^{1} i(i!) = 1.1! = 1$ e $(1+1)! - 1 = 2 - 1 = 1$, iguais. (1pto)

Passo: Assuma para n. Então $\sum_{i=1}^{n+1} i(i!) = \sum_{i=1}^{n} i(i!) + (n+1)(n+1)! =$

$= \underbrace{(n+1)! - 1} + \underbrace{(n+1)(n+1)!} = (1+n+1)(n+1)! - 1 = ((n+1)+1).(n+1)! - 1$.

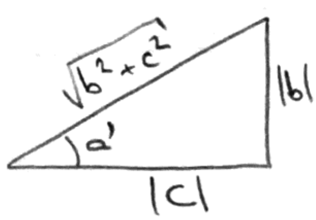
(1pto)

(Lista 2016-3, ex. 15f.)

(2) Calcule sen a sabendo que tg $a = b/c$ e $\pi/2 < a < \pi$. (2pts)

Para $\pi/2 < a < \pi$, temos $\mathrm{tg}\, a < 0$, mas $\mathrm{sen}\, a > 0$. (1pto)

Com um ângulo a' tal que $0 < a' < \pi/2$:



$\mathrm{tg}\, a' = \left|\frac{b}{c}\right| \Rightarrow \mathrm{sen}\, a' = \frac{|b|}{\sqrt{b^2+c^2}}$ (1pto)

Como $\mathrm{sen}\, a' > 0$, vem $\mathrm{sen}\, a = \frac{|b|}{\sqrt{b^2+c^2}}$.

(Note, para $a' = \pi - a$ ou $a = \pi - a'$: $\mathrm{sen}\, a = \mathrm{sen}\,\pi \cos a' - \cos\pi\, \mathrm{sen}\, a' = \mathrm{sen}\, a'$ e

$\mathrm{tg}\, a = \frac{\mathrm{tg}\,\pi - \mathrm{tg}\, a'}{1 + \mathrm{tg}\,\pi\, \mathrm{tg}\, a'} = -\mathrm{tg}\, a'$)

(Lista 2016-8, ex. 16c.)

(3) Determine o número a tal que existe $\lim_{x\to(-2)} \frac{3x^2+ax+a+3}{x^2+x-2}$ e calcule-o. (2pts)

O limite tem a forma $\frac{k}{0}$: para existir, precisamos $k=0$, então
$3(-2)^2+a(-2)+a+3=0 \Rightarrow 12-a+3=0 \Rightarrow a=15$. (1pto)

Portanto, $\lim_{x\to(-2)} \frac{3x^2+15x+18}{x^2+x-2} = \lim_{x\to(-2)} \frac{3\cancel{(x+2)}(x+3)}{\cancel{(x+2)}(x-1)} = \frac{3.(-2+3)}{-2-1} = -1$

(1pto)

(Lista 2016-9, ex. 17.)

(4) Calcule $\lim_{x\to\infty} \frac{x^4+5x^3-4x}{3x-x^3+1}$. (2pts)

Temos $\lim_{x\to\infty} \frac{x^4(1+5x^{-1}-4x^{-3})}{x^3(3x^{-2}-1+x^{-3})}$ (1pto)

donde $\lim_{x\to\infty} x . \lim_{x\to\infty} \frac{1+\cancelto{0}{5x^{-1}}-\cancelto{0}{4x^{-3}}}{\cancelto{0}{3x^{-2}}-1+\cancelto{0}{x^{-3}}} = \lim_{x\to\infty} x.(-1) = -\infty$.

(1pto)

(Lista 2016-10, ex. 26.)

(5) Determine c para que $f: \mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} cx+1 & \text{se } x\le 3 \\ cx^2-1 & \text{se } x>3 \end{cases}$ seja contínua. (2pts)

Cada expressão é contínua (polinômio), então só precisamos

$$\lim_{x\to3^-} f(x) = f(3) = \lim_{x\to3^+} f(x) \quad \text{(1pto)}$$

(1°) $\lim_{x\to3^-} f(x) = \lim_{x\to3^-}(cx+1) = c.3+1$. Isso já é $f(3)$.

(2°) $\lim_{x\to3^+} f(x) = \lim_{x\to3^+}(cx^2-1) = c.9-1$ $\Rightarrow$ $3c+1=9c-1 \Rightarrow 6c=2$

$\Rightarrow c=1/3$ (1pto)

(Lista 2016-9, ex. 21.)