/

Bases Matemáticas – BIS 0003
2º quad. 2019 – Noturno – Santo André
Prof. Vinicius Cifú Lopes

Segunda Prova – 27/08/2019

Nome	**RA**
Resolução e pontuação	———

Instruções:

- Esta prova tem duração de 1h 30min.
- Não se esqueça de escrever seus dados acima; use caneta azul ou preta.
- Somente vire esta folha e inicie a prova quando autorizado.
- Não remova ou substitua o grampo das folhas.
- Use caneta azul ou preta para responder as questões. Não use lápis.
- Não rasure e não use borracha, corretivo ou "branquinho". Se errar, risque e escreva a versão nova em sequência.
- Nada fora dos quadros de resposta ou em folha avulsa será considerado na correção. Cada quadro deve conter todo o trabalho pedido referente a sua questão.
- Quando solicitado, indique apenas a resposta final dentro do quadro. Caso contrário, apresente raciocínio e dedução completos.
- Utilize somente os métodos requeridos nos enunciados e vistos em aula.
- Quando solicitado, realize a demonstração abstratamente e em geral, sem recurso a exemplos numéricos ou hipóteses adicionais.
- Apresente letra legível e redação organizada.
- Para rascunho, use somente os versos das folhas deste caderno ou solicite folhas avulsas e devolva-as ao final da prova. Não utilize outro material.
- Não use tinta vermelha.
- Não é permitido consultar materiais, dispositivos ou pessoas.
- Nenhuma pergunta será respondida durante a prova.
- Sobre a mesa, tenha somente caneta azul ou preta e documento original e com foto. Arrume seus pertences sob a cadeira e fechados na bolsa.
- **Não cole, nem permita cópia!** Proteja seu trabalho.
- Esta prova contém **3** (três) folhas, incluindo esta, e **4** (quatro) questões. Verifique se este caderno está completo ao iniciar a prova.

Boa Prova!

(1) Identifique o valor em $[-\infty, \infty]$ que torna a identidade verdadeira quando no lugar do símbolo "?". Veja o exemplo. (4pts)

Ex.: $\lim_{x\to 0}\dfrac{\cos x - ?}{x} = 0$ $\boxed{1}$

(a) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen} 5x - \operatorname{sen} 3x}{\operatorname{sen} x} = ?$ $\boxed{2}$

Lista 2016-9, ex. 10f.
notáveis: $\left(5\dfrac{\operatorname{sen}5x}{5x} - 3\dfrac{\operatorname{sen}3x}{3x}\right)\cdot\dfrac{x}{\operatorname{sen}x}$

(b) $\lim_{t\to\infty}\sqrt{t+\sqrt{t}} - \sqrt{t-1} = ?$ $\boxed{\tfrac{1}{2}}$

Lista 2016-10, ex. 2f
Veja abaixo

(c) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{?}{x}\right)^x = e^2$ $\boxed{2}$

Lista 2016-10, ex. 4d
padrão do notável e^k

(d) $\lim_{t\to\frac{1}{2}}\dfrac{8t^3-1}{6t^2-5t+1} = ?$ $\boxed{6}$

Lista 2016-9, ex. 8e
Veja abaixo

(e) $\lim_{x\to(-8)}\dfrac{\sqrt{1-x} - ?}{2+\sqrt[3]{x}} = -2$ $\boxed{3}$

Lista 2016-9, ex. 9g
forma $\frac{k}{0}$ deve ser $\frac{0}{0}$ (v. abaixo)

(f) $\lim_{t\to 0}\dfrac{\sqrt{t^2+4}-2}{\sqrt{t^2+9}-3} = ?$ $\boxed{\tfrac{3}{2}}$

Lista 2016-9, ex 9a
$\dfrac{\cancel{(t^2+4)-4}}{\cancel{(t^2+9)-9}}\cdot\dfrac{\sqrt{t^2+9}+3}{\sqrt{t^2+4}+2} \to \dfrac{3+3}{2+2}$

(g) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{x^4+x^3+5x}{5x^4+6x^2+4} = ?$ $\boxed{\tfrac{1}{5}}$

Lista 2016-10, ex. 1e
$\dfrac{x^4(1+x^{-1}+5x^{-3})}{x^4(5+6x^{-2}+4x^{-4})} \to \dfrac{1}{5}$

(h) $\lim_{x\to 1^+}\dfrac{2x-3}{x-1} = ?$ $\boxed{-\infty}$

Lista 2016-10, ex. 3d
$x>1 \Rightarrow x-1>0$, mas $2x-3 \to -1<0$
(v. abaixo)

(b) $\dfrac{(t+\sqrt{t})-(t-1)}{\sqrt{t+\sqrt{t}}+\sqrt{t-1}} = \dfrac{\cancel{\sqrt{t}}\,(1+1/\sqrt{t})}{\cancel{\sqrt{t}}\left(\sqrt{1+1/\sqrt{t}}+\sqrt{1-1/t}\right)} \to \dfrac{1+0}{\sqrt{1+0}+\sqrt{1-0}} = 1/2.$

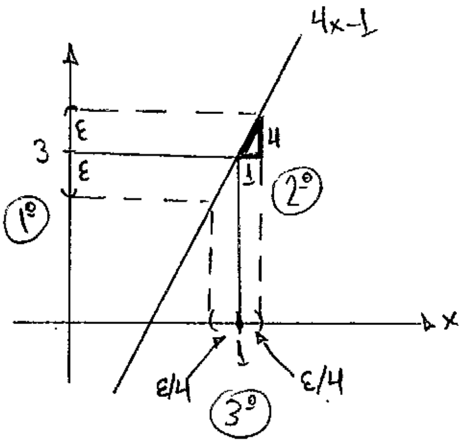
(d) $\dfrac{8\cancel{(t-1/2)}(t^2+t/2+1/4)}{6\cancel{(t-1/2)}(t-1/3)} \longrightarrow \dfrac{8(1/4+1/4+1/4)}{6(1/2-1/3)} = \dfrac{2+2+2}{3-2} = 6.$

(e) $\dfrac{\cancel{(1-x)-9}\ {-8-x}}{(2+\sqrt[3]{x})(\sqrt{1-x}+3)} = \dfrac{-(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{\sqrt{1-x}+3} \to \dfrac{-(4+4+4)}{3+3} = -2.$

(h) também $\dfrac{2(x-1)-1}{x-1} = 2 - \dfrac{1}{x-1}$ com $\dfrac{1}{x-1} \to +\infty.$

(2) Mostre graficamente que $\lim_{x\to 1}(4x-1) = 3$ conforme a definição de limite. Use o gráfico para determinar δ como expressão algébrica de ε. Verifique com cálculos que, para esse δ, se $0 < |x-1| < \delta$ então $|(4x-1)-3| < \varepsilon$. (2pts)

(Lista 2016-9, ex. 3b)



$\delta = \varepsilon/4$ (1pto)

Então:

$0<|x-1|<\delta \Rightarrow |x-1| < \varepsilon/4$

$\Rightarrow |4(x-1)| < \varepsilon$

$\Rightarrow |4x-4| < \varepsilon$

$\Rightarrow |(4x-1)-3| < \varepsilon$.

(1pto)

(3) Calcule $\lim_{x\to 0} \sqrt[3]{x}\, 2^{\mathrm{sen}(1/x^2)}$ usando o Teorema do Confronto. (2pts)

(Lista 2016-9, ex. 15b)

Temos $\lim_{x\to 0} \sqrt[3]{x} = 0$.

Temos $\forall \theta \ -1 \leqslant \mathrm{sen}\,\theta \leqslant 1 \Rightarrow \forall x \neq 0 \quad 2^{-1} \leqslant 2^{\mathrm{sen}(1/x^2)} \leqslant 2^1 \Rightarrow 2^{\mathrm{sen}(1/x^2)}$ é limitada (1pto).

Então o limite pedido é 0. (1pto)

(4) Mostre que $x^4 + x - 3$ tem ao menos uma raiz. (2pts)

(Lista 2016-9, ex. 18a)

A função polinomial é contínua e aplica-se o TVI. (1pto)

Há troca de sinal em $]1,2[$: $1^4+1-3=-1<0$ e $2^4+2-3=15>0$

(1pto).

Então há ao menos uma raiz entre 1 e 2.